Value at Risk

Av Lina El Jahel, William Perraudin och Peter Sellin
Lina El Jahel är forskare vid Birkbeck College. William Perraudin bedriver forskning vid Birkbeck College, Bank of England och CEPR. Peter Sellin är verksam vid ekonomiska avdelningen på Sveriges riksbank.

Kreditinstitut och värdepappersbolag använder allt oftare begreppet Value-at-Risk (VaR) som sitt främsta mått på risken i en portfölj. VaR är den förlust som kommer att överskridas med en given sannolikhet om portföljen hålls under en viss period. Denna artikel beskriver för- och nackdelar med VaR modeller och diskuterar hur tillsynsmyndigheter kan använda dessa.

Vad är Value at Risk?

Under de senaste åren har kreditinstitut[1] i allt högre utsträckning börjat använda Value at Risk (VaR) som ett mått på risken i en portfölj av finansiella instrument. VaR är definierat som den förlust som kommer att överskridas med en given sannolikhet (vanligen 5 procent eller 1 procent) över den tidsperiod under vilken den aktuella portföljen hålls (vanligen en, fem eller tio arbetsdagar). För att illustrera detta, betrakta figur 1 som visar sannolikheten att avkastningen på en tillgång antar olika värden. VaR är den punkt på den horisontella axeln där sannolikheten för en större förlust summerar till ett visst procenttal, i detta fall 1 procent.[2]

VaR modeller används av kreditinstitut för flera ändamål. En handlares eller ett handlarbords kompensation kan till viss del baseras på deras positioners VaR.[3] VaR modeller kan även användas av företagsledningen för att få en uppfattning om hela eller delar av kreditinstitutets positionsrisk.

VaR modeller kan även användas av företagsledningen för att få en uppfattning om hela kreditinstitutets positionsrisk.

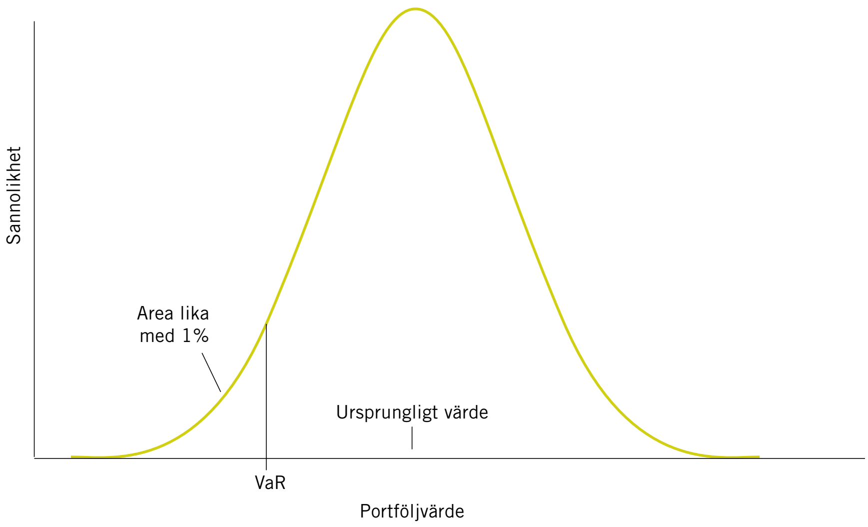
[1] Vi använder genomgående beteckningen ”kreditinstitut” i stället för det mer omständliga ”kreditinstitut och värdepappersbolag”.
[2] I statistiska termer betecknar man ett värde under vilket i genomsnitt en viss proportion av utfallen ligger med begreppet kvantil (även begreppen fraktil och percentil förekommer).
[3] Eftersom risk är något ”dåligt” kommer ersättningen att vara avtagande i VaR.

Helst skulle ledningen vilja ha en VaR för den totala riskexponeringen i företaget. Att inkludera ett vitt fält av tillgångar och handelspositioner inom en konsekvent modell för VaR är oerhört komplicerat. Trots detta har många kreditinstitut försökt sig på att skapa avancerad mjukvara som aggregerar och sammanställer risker inom olika delar av kreditinstitutet till exponeringar mot ett relativt litet antal riskfaktorer.

De framsteg kreditinstituten har gjort när det gäller att utveckla verktyg för riskhantering baserade på VaR har lett till att tillsynsmyndigheter har infört en större förändring i det sätt på vilket kapitalkrav för marknadsrisker beräknas. 1988 års Baselöverenskommelse introducerade enhetliga kapitalkrav för internationellt verksamma banker i de större industrialiserade ekonomierna. Bankerna var tvungna att hålla primärt och supplementärt kapital (s.k. Tier I och Tier II kapital) lika med minst 8 procent av deras riskvärdiga fordringar (varav minst 4 procent primärt kapital).

Detta system, som enbart avsåg kreditrisker, tog inte hänsyn till det faktum att kreditinstituten i slutet av 1980-talet och början av 1990-talet tog på sig stora marknadsrisker i form av ränte- och växelkursexponeringar. I den utsträckning dessa exponeringar rörde sig om statsobligationer ställdes inga kapitalkrav alls. Riskexponering genom positioner i derivatinstrument hanterades inte heller på ett tillfredsställande sätt.

Figur 1. Value at Risk



I och med rådets direktiv om kapitalkrav för kreditinstitut, antaget inom den Europeiska gemenskapen, och tillägget till Baselöverenskommelsen som framlagts av Baselkommittén för banktillsyn 1996 och som nu trätt i kraft, får tillsynsmyndigheterna införa ett radikalt nytt system för kapitalkrav för marknadsrisk. Enligt det nya systemet kan tillsynsmyndigheterna, som ett komplement till kapitalkravsberäkning enligt den sedvanliga schablonmetoden, låta kreditinstituten använda sina egna riskhanteringssystem för att generera VaR och sedan beräkna kapitalkrav baserade på dessa. Kreditinstitutens modeller inspekteras och testas av tillsynsmyndigheterna för att säkerställa att de VaR som genereras inte är överoptimistiska och instituten bestraffas med höjda kapitalkrav om de förluster som observeras överstiger de angivna VaR för ofta. Modellerna är dock underkastade vissa begränsningar eftersom de måste uppfylla vissa minimikriterier som är gemensamma för alla institut som önskar rapportera enligt VaR.

VaR för avistapositioner

Låt oss se rent praktiskt hur VaR beräknas. Den enkla och relativt klara definition som givits ovan, nämligen att det är den förlust som kommer att överskridas med en given sannolikhet under en viss tidsperiod, leder omedelbart till ett enkelt sätt att beräkna en VaR. Antag att vi är intresserade av att beräkna en VaR på 1 procent för tidsperioden en dag. Denna VaR är den största endags förlust vi kan räkna med att observera under 99 av 100 handelsdagar. Om vi har tillgång till historiska data för den dagliga avkastningen på portföljen kan vi helt enkelt beräkna den förlust som överskridits under 1 procent av de handelsdagar som täcks av våra data.

Låt oss se rent praktiskt hur VaR beräknas. Den enkla och relativt klara definition som givits ovan, nämligen att det är den förlust som kommer att överskridas med en given sannolikhet under en viss tidsperiod, leder omedelbart till ett enkelt sätt att beräkna en VaR.

Trots sin enkelhet har den beskrivna metoden, som vi kan kalla *den icke-parametriska ansatsen*, många fördelar. Det enda antagandet som görs om avkastningarnas stokastiska natur är att de ska vara oberoende och identiskt fördelade. Detta innebär att dagens avkastning inte beror på vad avkastningen var igår samt att avkastningarna är genererade av samma sannolikhetsfördelning.[4] Typiska egenskaper hos avkastningar på finansiella tillgångar (t.ex. att de innehåller ett stort antal extrema observationer och att stora prisfall är vanligare än prisuppgångar i samma storleksklass) är förenliga med den icke-parametriska ansatsen.

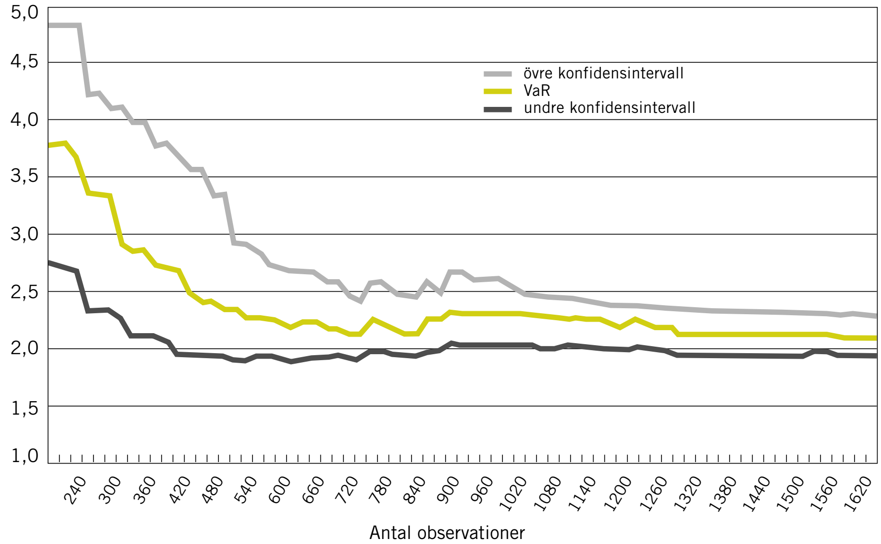
[4] Som vi ska se nedan kan dock även dessa antaganden kritiseras.

Dessutom är det lätt att konstruera konfidensintervall för icke-parametriska VaR genom att använda den metod som beskrivs i Stuart och Ord (1994). I figur 2 visar vi en icke-parametrisk VaR för en viss portfölj som en funktion av antalet observationer. De data som har använts är avkastningen på portfölj 4 i Jackson, Maude och Perraudin (1997) från den 1 januari 1996 och bakåt i tiden. Portfölj 4, som beskrivs mer utförligt i deras uppsats, består av de faktiska positionerna hos en stor internationell bank, verksam på marknaden i London, och innehåller exponeringar mot fem olika räntemarknader, fyra valutakurser samt fem aktiemarknader. De icke-parametriska konfidensintervallen visas i figur 2 som ett band runt själva VaR. Bandet motsvarar det intervall inom vilket VaR ligger med 95 procent sannolikhet givet antagandet om att avkastningarna är oberoende och identiskt fördelade. Som vi kan se är konfidensintervallet relativt brett om vi inte har inkluderat ett ganska stort antal observationer. Om vi inkluderar ett mycket stort antal observationer kommer emellertid antagandet om att de är identiskt fördelade att vara mindre realistiskt, eftersom det knappast är troligt att avkastningarnas fördelning inte ändrar sig över tiden. Användandet av ett mycket stort antal observationer skulle av denna anledning inte vara att rekommendera.

Om man visste att avkastningarna på en portfölj uppvisade ett visst slumpmässigt beteende, dvs. att de genererades av en viss parametrisk fördelning, så skulle man kunna beräkna en VaR mer exakt. Vi kallar denna andra ansats för

Figur 2. Icke-parametrisk VaR

VaR; procent



att beräkna en VaR den *parametriska ansatsen*. Vanligen antar de som använder denna ansats att avkastningarna på tillgångarna är multivariat normalfördelade.[5] T.ex. använder J.P. Morgan (1995) denna ansats.

Om man visste att avkastningarna på en portfölj uppvisade ett visst slumpmässigt beteende, dvs. att de genererades av en viss parametrisk fördelning, så skulle man kunna beräkna en VaR mer exakt.

Den stora fördelen med normalfördelningsantagandet är att VaR kan uttryckas som en enkel funktion av portföljavkastningens volatilitet (eller standardavvikelse), betecknad med σ. Vad det faktiskt är fråga om är beräkning av ensidiga konfidensintervall. Om vi använder den vanligt förekommande approximationen att medelavkastningen är noll[6] så kan vi uttrycka relationen som

$$\text{Value at Risk med konfidensnivå } = \alpha = -\Phi^{-1}(\alpha)\sigma$$

Konfidensnivån är den andel av tidsperioden när VaR kommer att överskridas och $\Phi^{-1}(\alpha)$ är inversen av den standardiserade normalfördelningsfunktionen. För ett givet α, t.ex. 1 procent, så blir $\Phi^{-1}(0{,}01)$ lika med 2,33 och beräkningen av VaR reduceras till att estimera portföljavkastningens volatilitet, σ.

När problemet har reducerats till att estimera volatiliteten kan man använda sig av den stora ekonometriska litteratur som behandlar detta ämne. T.ex. ARCH/GARCH modeller[7] utvecklade av Engle, Bollerslev och andra, beskrivna i en översiktsartikel av Bollerslev, Chou och Kroner (1992), är avpassade för att beräkna volatilitet som varierar över tiden. Dessa modeller har konstruerats för att fånga varaktigheten hos volatiliteten i finansiella tidsserier, dvs. det faktum att vi observerar omväxlande perioder av hög respektive låg volatilitet på finansiella marknader. Detta illustreras väl i Figur 3 som visar den dagliga avkastningen på OMX index.

I praktiken har de som använder parametriska modeller tenderat att använda enklare estimationsmetoder än de relativt komplicerade tidsseriemodeller som föreslås i ARCH-litteraturen. T.ex. har J.P. Morgan (1995) föreslagit att volatiliteten vid en viss tidpunkt kan estimeras genom att ta roten ur ett vägt genomsnitt av laggade, kvadrerade portföljavkastningar (eftersom medelavkastningen antas

[5] Se Duffie och Pan (1997) för en implementering där logaritmerade tillgångspriser är en mix av hopp- och diffusionsprocesser och därmed avkastningarna är normal- och Poissonfördelade slumpvariabler.

[6] Den genomsnittliga dagsavkastningen är naturligtvis inte noll även om den är liten. Men estimering av volatilitet och medelavkastning har visat sig leda till osäkrare estimat av volatiliteten än om man approximerar medelavkastningen med noll (se t.ex. J.P. Morgan (1995)). Genom att göra på detta vis slipper man att osäkerheten i estimaten av medelavkastningen påverkar estimaten av volatiliteten.

[7] (G)ARCH står för (Generalized) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.

vara lika med noll är detta lika med den viktade standardavvikelsen). Vikterna som används minskar exponentiellt i en given takt så att bara de allra senaste kvadrerade avkastningarna bidrar väsentligt till den estimerade volatiliteten. Om vi i stället skulle ha givit varje observation samma vikt skulle vi ha fått den vanliga standardavvikelsen som mått på volatiliteten.

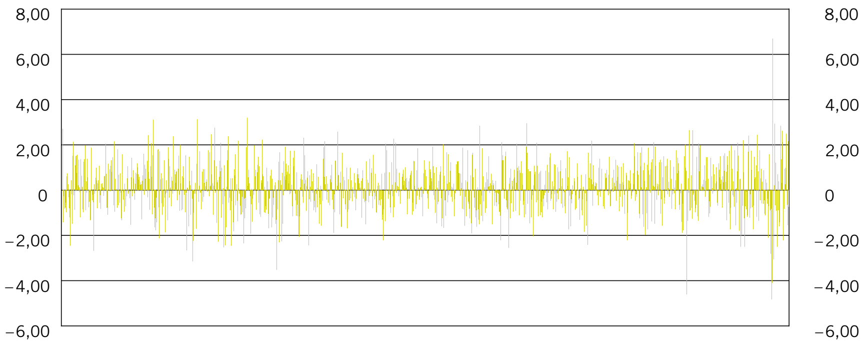
Ett rättfärdigande av användandet av enklare tekniker än de mer komplicerade ARCH modellerna kan baseras på det faktum att dessa modeller inte har visat sig möjliggöra bättre volatilitetsprognoser 'out-of-sample'. Detta har dokumenterats av West och Cho (1995) och är inte särskilt förvånande. Den enkla estimeringstekniken som beskrivs av J.P. Morgan (1995) är faktiskt ekvivalent med en s.k. GARCH(1,1) modell från ARCH litteraturen.

Vi kan enkelt räkna ut VaR för en portfölj när vi väl har räknat ut standardavvikelsen för varje enskild tillgång.

Vi kan enkelt räkna ut VaR för en portfölj när vi väl har räknat ut standardavvikelsen för varje enskild tillgång som ingår i portföljen. Den ytterligare information vi behöver är korrelationerna mellan de olika tillgångarnas avkastningar. Standardavvikelsen för portföljen kan då beräknas som $\sigma_\rho = \sqrt{V^T KV}$, där V är en vektor av portföljandelar för de olika tillgångarna och K är en kovariansmatris. Om vi betraktar en portfölj med endast två tillgångar skulle standardavvikelsen för denna portfölj enligt denna formel bli

$$\sigma_\rho = \sqrt{V_1^2\sigma_1^2 + V_2^2\sigma_2^2 + 2V_1V_2\rho\sigma_1\sigma_2},$$

Figur 3. Daglig avkastning på OMX index
Procent



där V_1 respektive V_2 är portföljandelarna för tillgång 1 respektive 2, σ_1 respektive σ_2 är standardavvikelserna för avkastningen på dessa tillgångar och ρ är korrelationskoefficienten som anger graden av samvariation mellan avkastningarna på tillgång ett och två. En VaR på 1 procent för portföljen är då 2,33 gånger portföljavkastningens standardavvikelse σ_p. Så länge de två tillgångarna inte är perfekt korrelerade ($\rho = 1$), dvs. priserna på tillgångarna inte utvecklas på exakt samma sätt, kommer VaR för portföljen att vara lägre än den viktade summan av de två tillgångarnas VaR. Diversifiering leder alltså till lägre VaR.

Givet att det finns olika parametriska och icke-parametriska metoder för att beräkna en VaR på en portfölj är det naturligt att fråga sig vilken metod som är bäst. Ett problem är att den relativa fördelen med en viss modell troligen kommer att bero på de speciella egenskaperna hos avkastningen på en viss portfölj. Dessa egenskaper beror i sin tur på vilka tillgångar som ingår i portföljen. Till exempel kan fördelningarna för avkastningarna på olika finansiella tillgångar överensstämma mer eller mindre väl med normalfördelningen. Normalfördelningsantagandet för portföljavkastningen som görs i den parametriska ansatsen blir då mer eller mindre försvarbart beroende på vilka tillgångar som ingår i portföljen.

Jackson, Maude och Perraudin (1997) jämför den relativa framgången med olika ansatser där de använder ett antal faktiska portföljer från en bank. Att de använder faktiska portföljer skiljer denna studie från tidigare studier, som Hendricks (1996) som jämför olika VaR tekniker men använder ett antal stiliserade portföljer. De faktiska portföljer som används av Jackson, Maude och Perraudin (1997) har en stor exponering mot ränterisk i olika marknader, men även en viss exponering mot valutarisk och aktierisk. Jackson, Maude och Perraudin (1997) dokumenterar att avkastningarna innehåller stora, ej predikterbara extremvärden och är långt ifrån normalfördelade. I en utvärderande jämförelse mellan olika VaR modeller finner Jackson, Maude och Perraudin (1997) att den icke-parametriska ansatsen ger bättre estimat av VaR än den parametriska ansatsen. Anledningen är att avkastningarna på de tillgångar som ingår i portföljerna de studerar inte är normalfördelade, vilket antas vara fallet i den parametriska ansatsen.

VaR för icke-linjära positioner

Både den parametriska ansatsen och den icke-parametriska ansatsen bygger på att vi har tillgång till historiska avkastningsdata. Hittills har vi antagit att historiska avkastningsdata för de ingående tillgångarna i portföljen finns att tillgå. När det gäller en optionsportfölj är det inte troligt att så är fallet. Anledningen är att

Både den parametriska ansatsen och den icke-parametriska ansatsen bygger på att vi har tillgång till historiska avkastningsdata.

optioner till skillnad från aktier har en begränsad löptid. Det går därför inte att ta en given options historiska prisutveckling som input i VaR-beräkningarna. I stället måste man försöka rekonstruera en historisk prisutveckling för optioner med just de egenskaper som optionen, som vi ska VaR-beräkna, har vid beräkningstidpunkten.

De historiska avkastningssiffrorna måste gälla optioner med samma återstående löptid och samma lösenpris som den aktuella optionen. Det är i praktiken svårt att erhålla sådana tidsserier. Det kan vara så att optioner med det aktuella lösenpriset endast varit noterade en kortare tid, eller inte alls, vilket är sannolikt i tider av stark prisuppgång på den underliggande tillgången (aktien).

Även om relevanta tidsserier över optionsavkastningen skulle finnas tillgängliga vore det knappast tillrådligt att använda den enkla ovan diskuterade parametriska ansatsen. Den bygger på normalfördelningsantagandet, som normalt är helt missvisande för optioner med deras skeva avkastningsfördelning.

En utväg när det gäller att beräkna VaR för optionspositioner är att utgå från den information vi kan antas ha, nämligen tidsserier för priser och avkastning på den underliggande tillgången. Kan man sedan finna ett någorlunda identifierbart och mätbart samband mellan priset på optionen och priset på den underliggande tillgången borde en VaR kunna beräknas. Black-Scholes berömda formel är ett exempel på just ett sådant samband. Ett problem är att detta samband är komplicerat och icke-linjärt. Med andra ord kommer priset på optionen vara en icke-linjär funktion f(S) av den underliggande tillgångens pris S.

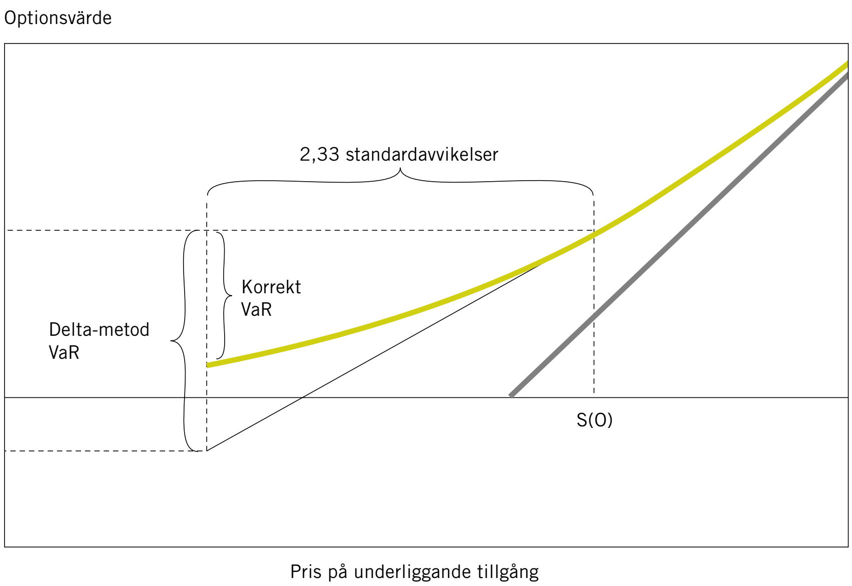
Ett vanligt sätt att göra det enklare för sig i sådana situationer är att använda linjära approximationer. Den s.k. delta-metoden är en sådan ansats. Den approximerar effekten på optionspriset av en förändring i S med 1 krona med en konstant $\Delta f/\Delta S$. Om konstanten beräknats till 2 innebär detta att om priset på den underliggande tillgången över den relevanta horisonten ökar med 1 krona så kommer priset på optionen öka med dubbelt så mycket. Känner vi till att volatiliteten (dvs. standardavvikelsen) för S är σ_s så är volatiliteten för optionspositionen 2 σ_s. Om vi som ovan kan anta att avkastningen för den underliggande tillgången är normalfördelad har vi all input som krävs för en VaR-beräkning enligt den tidigare skisserade parametriska metoden.

Enkelheten har emellertid ett pris. Det kommer nämligen att uppstå en diskrepans mellan den beräknade VaR och dess ”sanna” värde som är mer eller mindre allvarlig beroende på graden av icke-linjäritet i det faktiska sambandet. Vi illustrerar med ett enkelt exempel i figur 4. Figuren visar priset på en europeisk köpoption som en funktion av priset på den underliggande tillgången, där vi antagit att det korrekta sambandet ges av Black-Scholes formel. Den kurva som anger detta samband kommer därför att vara konvex, dvs. ha den form av ickelinjäritet som figuren visar. Det är tydligt att den linjära approximation som deltametoden innebär kan ge kraftigt missvisande VaR. Visserligen rör det sig i detta fall om systematiskt för hög VaR, vilket möjligen kan ses som en extra säkehetsfaktor. Men för utställda (sålda) optioner gäller att priskurvan buktar åt andra hållet, dvs. är konkav, och deltametoden kommer att ge för lågt VaR.

Man kan emellertid använda VaR-beräkningar som undviker den ”bias” som linjäritetsapproximationen givit upphov till. Med s.k. Monte Carlo-metoder kan man gå direkt på det ”sanna” sambandet. Om vi återgår till figur 4, så antog vi att detta samband fångades upp av Black-Scholes formel. Genom Monte Carlo-simulering kan man erhålla ett stort antal möjliga prisutfall vad gäller den underliggande tillgången. Det går till så att ett stort antal (t.ex. 10 000) slumpmässiga dragningar görs ur den (normalfördelade) sannolikhetsfördelningen som antas beskriva avkastningen på den underliggande tillgången. Via Black-Scholes formel får vi enkelt också simulerade prisutfall för optionen.

VaR-mått beräknade med hjälp av Monte Carlo-metoden kräver vanligen mycket datortid. Detta är anledningen till det stora intresset just nu för att utveckla

Figur 4. Delta-metoden med köpoption



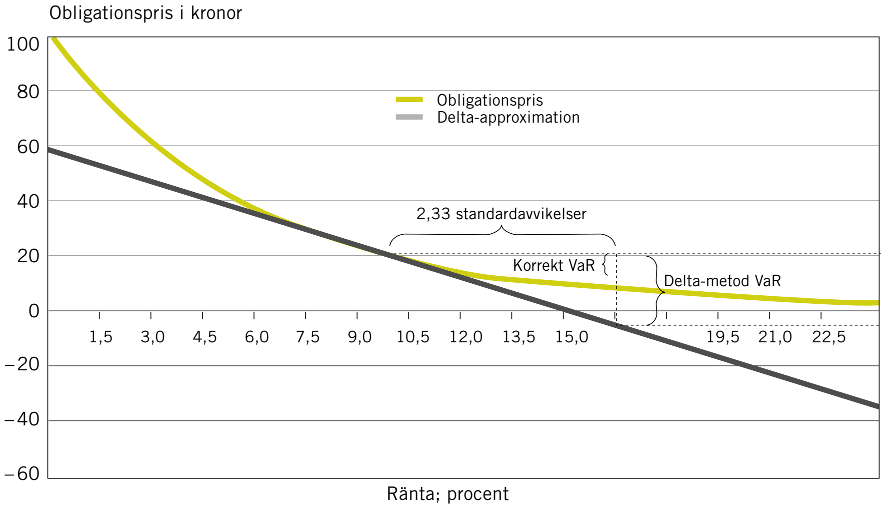
VaR-mått beräknade med hjälp av Monte Carlo-metoden kräver vanligen mycket datortid.

nya metoder som är bättre än delta-metoden men som kräver förhållandevis lite beräkningstid. VaR baserade på den s.k. delta-gamma metoden samt en ny teknik nyligen föreslagen av El-Jahel, Perraudin och Sellin (1997) är försök att finna bättre approximationer än vad delta-metoden ger utan att behöva ta till Monte Carlo-simuleringar.

Priset på räntebärande tillgångar är en icke-linjär funktion av räntan. Problem av det slag vi just studerat, dvs. hantering av icke-linjäriteter, dyker således upp även här. Låt oss avslutningsvis kortfattat se hur detta problem ter sig när det gäller ränteportföljer. I figur 5 visas priset på en nollkupongobligation som en funktion av räntan. Vi har antagit att obligationen för närvarande ger en avkastning på 8,3 procent. Om räntan stiger kommer obligationen att minska i värde.

Vi skulle behöva en databas med historiska räntenoteringar för att beräkna vilket pris en nollkupongobligation med motsvarande återstående löptid skulle haft för respektive noterad ränta. Utifrån denna prisserie kan ett icke-parametriskt VaR sedan beräknas på sedvanligt sätt. Detta kan emellertid vara en beräkningsmässigt kostsam metod. Ett alternativ är att göra en linjär approximation av obligationsprisets förändring, vilken ger oss den ungefärliga procentuella förändringen i obligationspriset $\Delta P/P$ som en funktion av förändringar i räntan Δr,

Figur 5. Obligationspriset som funktion av räntan med delta-approximation



$$\frac{\Delta P}{P} \approx -\delta \Delta r,$$

där δ är en positiv konstant.[8] Denna linjära approximation svarar mot delta-metoden.

Denna approximation visas i figur 5. Det framgår klart av figuren att delta-metoden systematiskt underskattar värdet på obligationen – den streckade linjen ligger under den heldragna kurvan för alla räntor utom 8,3 procent – och därmed ger en överskattning av VaR, som beräknas på samma sätt som ovan. För små förändringar runt 8,3 procent är dock skillnaden liten mellan delta-metodens pris och det verkliga obligationspriset.

Det finns en intressant koppling av analysen ovan till traditionell riskhantering för obligationsportföljer. Begreppet duration som används i denna analys förekommer även i den här presenterade VaR analysen. Denna koppling följer av att δ faktiskt motsvarar vad som brukar kallas modifierad duration = Macaulyduration/(1+r). VaR är alltså inte ett alternativ till durationsanalysen. Durationen utgör snarare en viktig input till en VaR-analys av obligationsportföljer.

Förändringar i värdet på en obligationsportfölj beror på förändringar i avkastningskurvan.

Förändringar i värdet på en obligationsportfölj beror på förändringar i avkastningskurvan. Det finns ett stort antal modeller i litteraturen om räntornas löptidsstruktur som försöker beskriva sådana förändringar. Generellt sett är detta en komplicerad uppgift. Detta innebär också att beräkningar av VaR för obligationsportföljer är svårt. Vi kan ha anledning att återkomma till detta problem i en framtida artikel.

Slutsatser

VaR är på väg att bli det förhärskande sättet att mäta risken i en portfölj av tillgångar. Föreställningen om den maximala förlust som kan överskridas vid en given andel av tillfällen har den fördelen att den är begriplig även för dem som saknar en grundläggande utbildning i statistik. Detta är en stor fördel eftersom det möjliggör för ledningen i företaget som kanske inte har en omfattade statistisk bakgrund, att använda metoden.

En anledning att vara bekymrad över VaR modeller är att resultaten kan skilja sig åt avsevärt, även för relativt enkla portföljer. Trots dessa skillnader har det systematiska användandet av VaR för olika portföljer haft en i stort

[8] Beräknad som förstaderivatan av priset P med avseende på räntan r.

sett positiv effekt på riskhanteringen hos kreditinstituten. Ett utmärkande kännetecken för de finansiella marknaderna de senaste åren har varit den ökande graden av komplexitet i de genomförda transaktionerna. Denna ökade grad av komplexitet kräver ökad delegering från högsta ledningen men detta är endast möjligt om metoder som VaR är tillgängliga för mätning och kontroll av risker.

På motsvarande sätt har den ökade komplexiteten i de finansiella marknaderna inneburit att tillsynsmyndigheterna inte kan bedriva sin operativa tillsyn på ett lika detaljerat sätt. Att inspektera och testa kreditinstitutens egna modeller för riskhantering är då det enda möjliga sättet att upprätthålla en god kontroll samtidigt som man undviker de distortioner som skulle uppträda om tillsynsmyndigheten försökte specificera exakt vad kreditinstituten får och inte får göra.

Litteratur

Beder, T., S., (1995), ”VaR: Seductive but Dangerous”, Financial Analysts Journal, sid. 12–23.

Bollerslev, T., Chou, R. Och Kroner, K., (1992), ”ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence”, Journal of Econometrics 52, sid. 5–59.

Duffie, D. Och Pan, J., (1997), ”An Overview of Value at Risk”, Journal of Derivatives 4(3), sid. 7–49.

El-Jahel, L., Perraudin, W. Och Sellin, P., (1997), ”Value at Risk for Derivatives”, Sveriges Riksbank Working Paper No. 45.

Fallon, W., (1996), ”Calculating Value-at-Risk”, mimeo, Columbia University, New York.

Hendricks, D., (1996), ”Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data”, Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review 2(1), sid. 39–69.

Jackson, P., Maude, D. Och Perraudin, W, (1997), ”Bank Capital and Value at Risk”, Journal of Derivatives 4(3), sid. 73–89.

J.P. Morgan (1995), Risk Metrics Technical Document, J.P. Morgan, New York, 3rd ed.

Marshall, C. Och Siegel, M., (1997), ”Value at Risk: Implementing a Risk Measurement Standard”, Journal of Derivatives 4(3), sid. 91–111.

Pritsker, M., (1996), ”Evaluating Value at Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time”, Federal Reserve Board Working Paper, Washington, D.C.

Stuart, A. Och Ord, K., (1994), Kendall’s Advanced Theory of Statistics: Distribution Theory, vol. 1. Edward Arnold, London, 6th ed.

West, K., D. Och Cho, D., (1995), ”The Predictive Ability of Several Models of Exchange Rate Volatility”, Journal of Econometrics 69, sid. 367–391.