Aktieindexoptioner som framåtblickande indikator

Av Magnus Lomakka
Magnus Lomakka är verksam på penningpolitiska avdelningen.

Under de senaste åren har optionspriser i allt större utsträckning använts för att utläsa marknadens förväntningar om utvecklingen på de finansiella marknaderna. I Penning- och valutapolitik nr 1 1999 finns en utförlig redogörelse för den teoretiska referensramen och exempel på hur teorin kan omsättas i praktiken på ränte-, valuta- och aktiemarknaderna. De slutsatser som redovisas där är att marknadens bedömning av risken för en viss tillgång kan variera avsevärt över tiden och att det förekommer betydande asymmetrier i marknadens uppfattning om den framtida sannolikhetsfördelningen. Denna artikel går ytterligare ett steg och försöker bringa klarhet i huruvida optionspriser är lämpliga att använda som framåtblickande indikatorer för utvecklingen på de finansiella marknaderna.

För en centralbank är aktiemarknaden intressant beroende på de förmögenhetsförändringar som stora kursrörelser ger upphov till. För detta ändamål är det därför naturligt att studera prissättningen på OMX-aktieindexoptioner och dess implicita sannolikhetsfördelningar.

Implicita sannolikhetsfördelningar visar marknadens bedömning

Implicita sannolikhetsfördelningar kan härledas från optionspriser[1] och tolkas som marknadens aggregerade bedömning av den framtida utvecklingen för den underliggande tillgång som optionerna är utställda på. Den enklaste tolkningen av sannolikhetsfördelningar görs genom att beräkna ett antal statistiska mått som

[1] I analysen har två olika metoder använts och jämförts: mix av två lognormala fördelningar och ”smoothing splines”. Resultaten är dock likvärdiga varför de redovisade estimaten härrör från smoothing splines-metoden. För en beskrivning av den teoretiska bakgrunden för den förstnämnda metoden hänvisas till *Penning- och valutapolitik* nr 1 1999, sid. 43–70. För en beskrivning av den sistnämnda metoden, se appendix, sid. 75.

beskriver fördelningens egenskaper. De statistiska mått som lämpar sig bäst för analys av den implicita sannolikhetsfördelningen är kurtosis och skevhet. Dessa båda begrepp kan illustreras med hjälp av diagram 1. Kurtosis kan, i likhet med variansen, relateras till summan av A och B. Men medan variansen mäter den totala osäkerheten är kurtosis ett mått på sannolikheten för extrema utfall. Skevheten för en sannolikhetsfördelning kan beskrivas som storleken av ytan A i förhållande till ytan B. Om A är större än B är sannolikhetsfördelningen skev nedåt. Om B är större än A är skevheten uppåtriktad. I ett konkret fall som den implicita sannolikhetsfördelningen för aktieindexoptioner kan man säga att om B är större än A bedömer marknaden att en börsuppgång är mer sannolik än en börsnedgång.

De statistiska mått som lämpar sig bäst för analys av den implicita sannolikhetsfördelningen är kurtosis och skevhet.

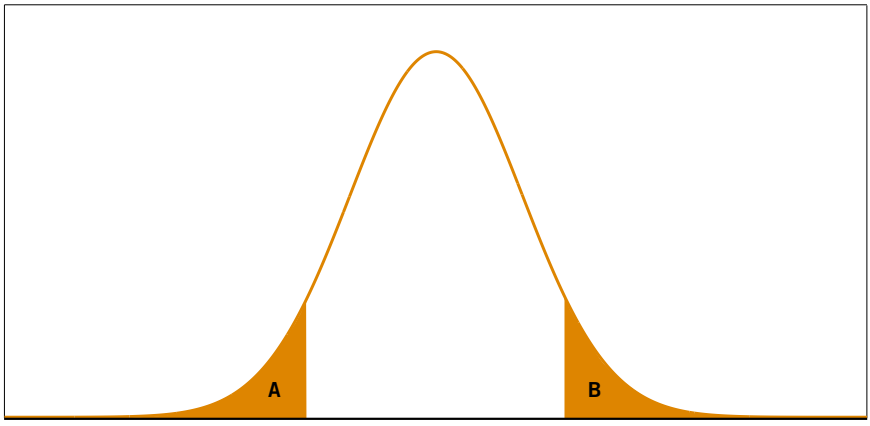
I analysen som redovisas har vi valt att studera följande mått

Osäkerhetsindikator: Sannolikheten för en börsuppgång på 10 procent eller mer plus sannolikheten för en börsnedgång på 10 procent eller mer. Detta motsvarar A plus B i diagram 1.

Skevhetsindikator: Sannolikheten för en börsuppgång på 10 procent eller mer minus sannolikheten för en börsnedgång på 10 procent eller mer. Detta motsvarar B minus A i diagram 1.

En studie, som redovisas i *Inflationsrapport* nr 1 2001, ”Implicita sannolikhetsfördelningar och förväntad börsutveckling”, indikerar att det framförallt är osä-

Diagram 1. Definition av osäkerhetsindikator och skevhetsindikator



Källa: Riksbanken.

kerhetsindikatorn som skulle kunna vara användbar i prognossammanhang. Datamaterialet från denna studie har utvidgats till att omfatta en längre tidsperiod. Resultatet av detta redovisas i det följande.

Empiriska studier av OMX-aktieindexoptioner

I denna undersökning studeras aktieindexoptioner med 30 dagars löptid främst beroende på den förhållandevis goda likviditeten.

Studien avser att belysa utvecklingen för den implicita sannolikhetsfördelningen över tiden, det vill säga att skapa tidsserier för osäkerhetsindikatorn och skevhetsindikatorn. De empiriska studierna har genomförts på prissättning i OMX-aktieindexoptioner, med OMX futureskontrakt som underliggande tillgång, under perioden 1993–2001. Detta innebär att det finns ett urval på drygt 100 observationer för en given löptid.[2] Aktieindexoptionsmarknaden i Sverige är någorlunda likvid för löptider på upp till knappt två månader. Möjligheten att studera den implicita sannolikhetsfördelning för längre tidshorisonter är således begränsad. I denna undersökning studeras aktieindexoptioner med 30 dagars löptid[3] främst beroende på den förhållandevis goda likviditeten.

Ett faktum som måste beaktas i analysen är att implicita sannolikhetsfördelningar för aktiepriser är behäftade med en viss inneboende skevhet nedåt. Detta beror på att placerare tenderar att skydda sina portföljer mot stora nedgångar genom att köpa säljoptioner med ett lågt lösenpris.[4] Den stora efterfrågan driver upp priset på dessa optioner, vilket återspeglas i form av att den implicita sannolikhetsfördelningen blir skev nedåt. Med andra ord är normaltillståndet inte en symmetrisk fördelningskurva varför skevhetsindikatorn måste justeras i motsvarande omfattning.

Är OMX-aktieindexoptioner en relevant framåtblickande indikator?

Den frågeställning som ska utredas är huruvida implicita sannolikhetsfördelningar, i form av osäkerhets- och skevhetsindikatorerna, för aktieoptioner kan betrak-

[2] OMX-aktieindexoptioner är standardiserade instrument som går till förfall fjärde fredagen i respektive förfallomånad. Detta innebär att det för varje löptid finns en månatlig observation.

[3] Observationer med bristande likviditet har exkluderats, exempelvis noteringar mellan jul och nyår. De prisnoteringar som använts är ett medelvärde av köp- och säljkurs.

[4] Se Grossman & Zhou (1996).

tas som en relevant framåtblickande indikator för riktningen på börsutvecklingen. Undersökningen ämnar testa följande två delhypoteser

- Ju större positivt värde på osäkerhetsindikatorn desto större är sannolikheten för en börsuppgång och ju större negativt värde på osäkerhetsindikatorn desto större är sannolikheten för en börsnedgång (efter omskalningen nedan). Med andra ord har graden av kurtosis någon prognosförmåga?
- Ju större positivt värde på skevhetsindikatorn desto större är sannolikheten för en börsuppgång och ju större negativt värde på skevhetsindikatorn desto större är sannolikheten för en börsnedgång (efter omskalningen nedan). Med andra ord har graden av skevhet någon prognosförmåga?

Eftersom vi valt att studera optioner med 30 dagars löptid är det naturligt och teoretiskt korrekt att undersöka indikatorernas prognosförmåga för motsvarande tidsrymd.

Osäkerhetsindikatorn

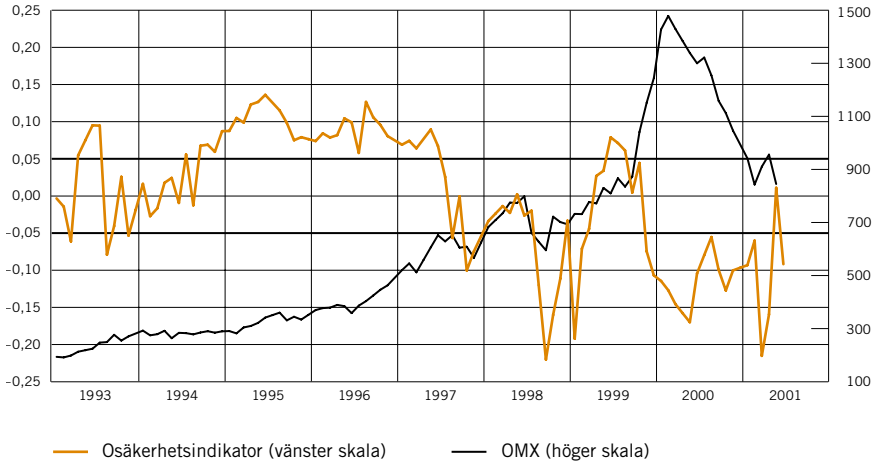
För att kunna utvärdera osäkerhetsindikatorns prognosförmåga måste man först definiera när osäkerheten kan betraktas som hög, neutral respektive låg. Utgångspunkten är medelvärdet för osäkerhetsindikatorn under den studerade perioden. Om värdet på indikatorn överstiger medelvärdet plus 5 procentenheter förutspås en börsnedgång och om indikatorn understiger medelvärdet minus 5 procentenheter prognosticeras en börsuppgång. Däremellan anses indikatorn vara neutral. Detta är en tämligen godtycklig definition men kan ändå tjäna som ett intressant tankeexperiment. Diagram 2 visar osäkerhetsindikatorns utveckling och börsutvecklingen.

Osäkerhetsindikatorn är, åtminstone periodvis, en god framåtblickande indikator för börsutvecklingen.

Osäkerhetsindikatorn har kalibrerats så att ett värde större än 0,05 indikerar börsuppgång och ett värde mindre än –0,05 indikerar börsnedgång. Av diagrammet framgår att det finns en viss tendens att osäkerhetsindikatorn, åtminstone periodvis, är en god framåtblickande indikator för börsutvecklingen framförallt beträffande börsuppgångar. Ett tydligt exempel på detta är den långdragna uppgång som pågick från början av 1995 fram till och med hösten 1997. Under hela denna period indikerade indikatorn en börsuppgång, något som i stort sett också blev fallet. Det bör även påpekas att den långvariga börsnedgång, som inleddes våren 2000, indikerades redan på ett tidigt stadium. Å andra sidan finns det inget belägg för att osäkerhetsindikatorn kunde förutspå de snabba och kraftiga börsnedgångar som

inträffade i samband med Asienkrisen hösten 1997 och den finansiella turbulensen hösten 1998. I dessa extremfall förefaller osäkerhetsindikatorn snarare vara bakåtblickande än framåtblickande. En förklaring till detta resultat står möjligtvis att finna i att investerarnas riskpremie justeras över tiden. Det skulle kunna vara så att riskpremien är mer trögrörlig nedåt än uppåt vilket skulle avspegla sig i snabba och kraftiga börsfall samt längre och mer utdragna börsuppgångar. Osäkerhetsindikatorn skulle i så fall kunna reflektera den tidsvarierande riskpremien, och därmed vara bättre på att förutspå börsuppgångar än börsnedgångar om man antar att riskpremien är mer trögrörlig nedåt än uppåt.

Diagram 2. Osäkerhetsindikator och börsutveckling (laggad 30 dagar)



Källor: Reuters och Riksbanken.

Givet att observationerna är oberoende[5] av varandra kan man på enkelt sätt testa huruvida osäkerhetsindikatorn är signifikant bättre än slumpen.[6] I tabell 1 redogörs för antalet prognoser för börsuppgång och börsfall och dess utfall.

Tabell 1. Utvärdering av osäkerhetsindikator

Prognos	Börsuppgång	Börsnedgång
Rätt	23	12
Fel	8	13
Totalt	31	25

[5] Ett sådant antagande kan till synes anses vara starkt men eftersom prognosperioderna inte är överlappande kan det ändå vara rimligt.

[6] För det studerade urvalet av trettiodagarsperioder har börsen stigit vid 60 procent och fallit vid 40 procent av tillfällena. Detta kan betraktas som att slumpen genererar en prognos om en börsuppgång med en 60-procentig sannolikhet.

Osäkerhetsindikatorn har förutspått börsuppgång vid 31 tillfällen varav 23 var korrekta vilket är signifikant[7] bättre än slumpen. 25 prognoser pekade på börsnedgång varav 12 utföll rätt vilket statistiskt sett inte kan betraktas som bättre än slumpen. Med andra ord tenderar osäkerhetsindikatorn att vara bättre på att förutspå börsuppgångar än börsnedgångar.

Osäkerhetsindikatorn tenderar att vara bättre på att förutspå börsuppgångar än börsnedgångar.

Skevhetsindikatorn

Motsvarande analys har gjorts för skevhetsindikatorn. När skevhetsindikatorn har ett värde som är större än noll indikerar detta en börsuppgång medan ett negativt värde indikerar en börsnedgång. Som klart framgår av diagram 3 är resultatet emellertid nedslående. Skevhetsindikatorn producerar inte prognoser som är signifikant bättre än slumpen vare sig det gäller börsuppgångar eller börsnedgångar. Därmed finns det skäl att avskriva skevhetsindikatorn som relevant framåtblickande variabel åtminstone för svenska aktieindexoptioner. Det kan däremot vara intressant att försöka kasta ljus över varför skevhetsindikatorn, i motsats till osäkerhetsindikatorn, inte tycks ha någon prognosförmåga. En möjlig tolkning är att marknaden i första hand prissätter den totala riskbilden via en tidsvarierande riskpremie, vilket skulle avspeglas i osäkerhetsindikatorn. Skevhetsmåttet å sin sida tar endast hänsyn till asymmetrier i marknadsförväntningarna utan att väga in den totala riskbilden och därmed den tidsvarierande riskpremien.

Skevhetsindikatorn producerar inte prognoser som är signifikant bättre än slumpen vare sig det gäller börsuppgångar eller börsnedgångar.

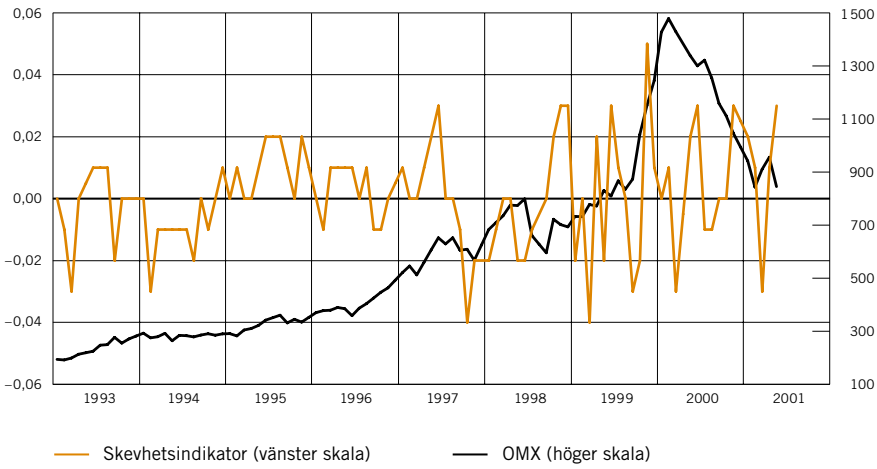
Viss information i implicita sannolikhetsfördelningar

För en centralbank är det av stor vikt att kunna bilda sig en uppfattning om hushållens förmögenhetsutveckling framöver. En stor del av de svenska hushållens förmögenhet utgörs av aktier, antingen via direktägande på börsen eller via fonder varför det är viktigt att en centralbank har en uppfattning

Det kan finnas visst fog för att använda sig av implicita sannolikhetsfördelningar för att förutspå börsutvecklingen.

[7] Testen är gjord under antagandet att sannolikheten för en börsuppgång respektive ett börsfall är binominalfördelad med sannolikheterna 0,6 respektive 0,4 vid ett värde på alfa = 0,05.

Diagram 3. Skevhetsindikator och börsutveckling (laggad 30 dagar)



Källor: Reuters och Riksbanken.

om den framtida börsutvecklingen. Att göra exakta prognoser för börsutvecklingen har dock visat sig vara nästintill omöjligt, varför det kan vara relevant att ta fram en indikator som kan ge någon form av vägledning. Ett minimikrav är emellertid att indikatorn överträffar slumpen som prognosinstrument. I vår analys har vi visat att det kan finnas visst fog för att använda sig av implicita sannolikhetsfördelningar för att förutspå börsutvecklingen.

Den ovan definierade osäkerhetsindikatorn visade sig vara signifikant bättre än slumpen på att förutse börsuppgångar medan prognoser för börsnedgångar var mindre tillförlitliga. Resultaten för skevhetsindikatorn visade sig vara nedslående. Det finns inget belägg för att skevhetsindikatorn skulle vara systematiskt bättre än slumpen på att göra prognoser för riktningen på börsutvecklingen. Sammanfattningsvis kan man säga att det tycks finnas viss information i implicita sannolikhetsfördelningar som rättfärdigar fördjupade studier för aktieoptioner. Därtill kommer behovet av motsvarande undersökningar för valuta-, ränte- och råvaruoptionsmarknaderna.

Appendix 1. Skattningar av implicita fördelningar med ”smoothing splines-metoden”

Bakgrunden till ”smoothing splines-metoden” härrör från Breeden och Litzenberger (1978). De visade att en implicit sannolikhetsfördelning kan räknas fram genom att derivera en optionsprisfunktion två gånger med avseende på lösenpriset. Problemet är att optionspriser noteras för ett diskret spektrum av lösenpriser varför det inte finns någon optionsprisfunktion i verkligheten. För att kunna lösa ut den fullständiga implicita sannolikhetsfördelningen måste man således på något sätt binda ihop de diskreta observationerna till en kontinuerlig funktion. Ett enkelt sätt är att använda sig av ”smoothing splines”, vilket innebär att man söker lösningen till följande minimeringsproblem

$$\min_{\varpi} p\sum_{i} w(i)\left[y(i)-s(x(i;\varpi))\right]^2+(1-p)\int f''(x;\varpi)^2 dx$$

där

y(i)	=	diskreta observationer
s(x(i;ϖ))	=	diskreta värden genererade från spline-funktionen
f''(x;ϖ)	=	andraderivatan för spline-funktionen
w(i)	=	viktningsparameter för de unika diskreta observationerna
p$\in$ [0,1]	=	straffparameter.

Den första termen i funktionen beskriver de kvadrerade avvikelserna mellan observerade värden och de av spline-funktionen genererade värdena. Den andra termen integrerar (summerar) de kontinuerliga värdena för andraderivatan av spline-funktionen, vilket innebär att ju mer kurvatur funktionen tillåts ha desto större blir denna term. Parametern *p* bestämmer hur stor relativ vikt man ska lägga vid första respektive andra termen i minimeringsproblemet. I det ena extremfallet med p=1 kommer man att få en perfekt anpassning mellan observerade värden och spline-funktionens värden samtidigt som man inte sätter någon restriktion på hur mycket spline-funktionens lutning får variera. I det andra extremfallet med p=0 kommer andraderivatan att minimeras. Vi får då en linjär anpassning med stora avvikelser mellan de observerade värdena och funktionsvärdena.

Det enklaste sättet att skapa en kontinuerlig optionsprisfunktion är att ansätta en spline-funktion för köp- respektive säljoptioner som en funktion av lösenpriset. Detta är dock, som bland annat Bliss & Panigirtzoglou (1999) noterat, inte

helt lyckat eftersom små avvikelser mellan observerade värden och funktionsvärden kan påverka den implicita fördelningen på ett icke negligerbart sätt.

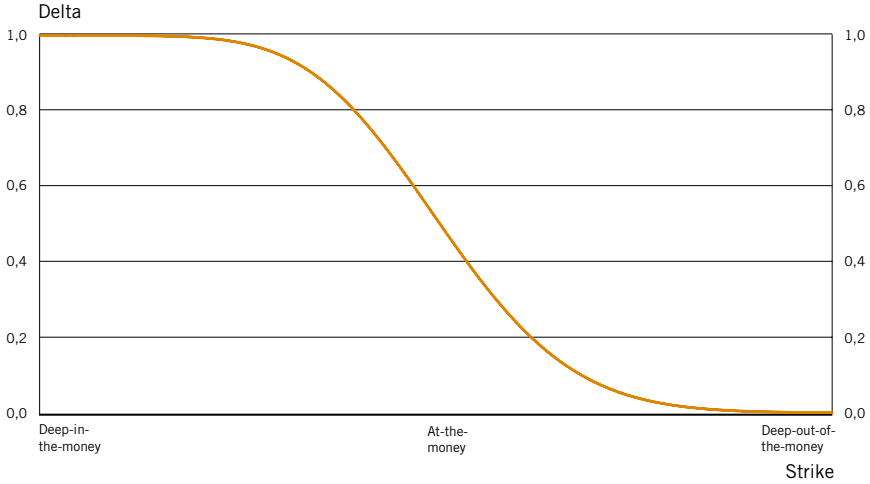
Shimko (1993) föreslog ett alternativt angreppssätt där man ansätter en spline-funktion mellan implicit framräknade volatiliteter som en funktion av lösenpriset. De implicita volatiliteterna för respektive observation kan lösas ut genom Black-Scholes modell där volatiliteten är den enda okända parametern. Den ansatta spline-funktionen kan sedan inverteras tillbaka till en optionsprisfunktion genom Black-Scholes modell. Detta innebär emellertid *inte* att man antar att Black-Scholes modell är sann utan att den bara ska betraktas som en räknetekniskt verktyg.

Black-Scholes modell med futureskontrakt som underliggande tillgång

$$
\begin{aligned}
Call &= e^{-rt}[FN(d1)-XN(d2)] \\
Put &= e^{-rt}[XN(-d2)-FN(-d1)] \\
d1 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{t}}\left[\ln\left(\frac{F}{X}\right)+\frac{\sigma^2 t}{2}\right] \\
d2 &= d1-\sigma\sqrt{t} \\
F &= \textit{futurespris} \\
X &= \textit{lösenpris} \\
t &= \textit{löptid} \\
\sigma &= \textit{volatilitet} \\
r &= \textit{riskfri ränta}
\end{aligned}
$$

Malz (1997) använde sig av en variant på Shimkos ansats. Genom att ansätta en spline för implicita volatiliteter som en funktion av delta (förstaderivatan på optionspriset med avseende på den underliggande tillgången) tillåter man mer kurvatur runt centrum av den implicita sannolikhetsfördelningen. Detta kan man lätt inse om man betraktar diagram A1. Förändringstakten i delta är som störst för en ”at-the-money-option” och som lägst för optioner som är ”deep-in-the-money” eller ”deep-out-of-the-money”, vilket innebär att det kommer vara störst avstånd mellan optioner som befinner sig nära ”at-the-money”.

Diagram A1. Delta för köpoptioner över ett spektrum av lösenpriser



Referenser

Bahra, B., (1997), ”Implied Risk-Neutral Probability Density Functions from Options Prices: Theory and Application”, Working Paper, Bank of England.

Black, F. & Scholes, M., (1973), ”The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, 81, s. 637–659.

Bliss, R.R. & Panigirtzoglou, N., (2000), ”Testing the Stability of Implied Probability Density Functions”, Working Paper, Bank of England.

Breeden, D.T. & Litzenberger R.H., (1978), ”Prices of State-Contingent Claims Implicit in Options Prices”, *Journal of Business*, 51, s. 621–651.

Hull, J.C., (2000), Options, Futures, & Other Derivatives Prentice-Hall International, Englewood Cliffs, New Jersey.

Grossman, S.J. & Zhou, Z., (1996), ”Equilibrium Analysis of Portfolio Insurance”, *The Journal of Finance*, 51(4), s. 1379–1403.

Malz, A.M., (1997), ”Estimating the Probability Distribution of the Future Exchange Rate from Options Prices”, *Journal of Derivatives*, s. 18–36.

Ragnartz, J. & Hördahl, P., (1999), ”Optionspriser och marknadens förväntningar”, *Penning- och valutapolitik*, nr 1, s. 43–70, Sveriges riksbank.

Shimko, D.C., (1993), ”Bounds of Probability”, *Risk*, 6(4), s. 33–37.

Söderlind, P., (2000), ”Market Expectations in the UK Before and After the ERM Crisis”, *Economica*, 67, s. 1–18.